

CALCUL LITTÉRAL

I. Définition, conventions et simplifications d'écritures :1) Définition :**Définition :**

Une **expression littérale** est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

Exemple :

On pense à un nombre x ; on le multiplie par 3, puis on ajoute 7 au résultat.

Cette suite d'instructions peut s'écrire sous la forme d'une expression littérale $x \times 3 + 7$

2) Conventions d'écriture :**Propriété :**

Pour alléger l'écriture d'une expression littérale, **on peut supprimer le signe \times devant une lettre ou une parenthèse.**

Remarque : On ne peut pas supprimer le signe \times entre deux nombres.

Exemples :

- bc signifie $b \times c$
- $3a$ signifie $3 \times a$
- $k(a + b)$ signifie $k \times (a + b)$
- ...

3) Conventions de priorités entre opérations :**Propriété :**

Dans une expression, on effectue d'abord les **calculs entre les parenthèses** les plus intérieures, puis **les multiplications et les divisions de gauche à droite** et, enfin, **les additions et les soustractions de gauche à droite.**

Exemple :

Calculer l'expression $A = 5 + 3 \times (6 + 4) - 7$

$$A = 5 + 3 \times (6 + 4) - 7$$

On effectue les calculs entre parenthèses.

$$A = 5 + 3 \times 10 - 7$$

On effectue les multiplications.

$$A = 5 + 30 - 7$$

On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite

$$A = 35 - 7$$

$$A = 28$$

4) Calcul d'une expression littérale :**Propriété :**

Pour **calculer une expression littérale** pour une certaine valeur des lettres, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs.

Exemple :

Calculer l'expression $A = 3x(x + 4)$ pour $x = 2$

$$A = 3 \times x \times (x + 4)$$

On fait apparaître les signes \times dans l'expression A .

$$A = 3 \times 2 \times (2 + 4)$$

On remplace la lettre x par sa valeur 2.

$$A = 6 \times 6$$

On effectue les calculs.

$$A = 36$$

5) Suppression de parenthèses :

Propriété :

Quand les parenthèses sont précédées du signe +, on peut les supprimer en conservant les signes intérieurs aux parenthèses.

$$\bullet a + (b + c) = a + b + c \quad \bullet a + (b - c) = a + b - c$$

Propriété :

Quand les parenthèses sont précédées du signe -, on peut les supprimer en changeant les signes intérieurs aux parenthèses.

$$\bullet a - (b + c) = a - b - c \quad \bullet a - (b - c) = a - b + c$$

II. Développer :

Développer une expression, c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

1) La distributivité simple :

Propriété :

Multiplier une somme (ou une différence) par un nombre revient à multiplier chaque terme de la somme (ou de la différence) par ce nombre.

Remarque : On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition et la soustraction.

Propriété :

Pour n'importe quels nombres a, b et k :

$$\bullet k(a + b) = ka + kb$$

$$\bullet k(a - b) = ka - kb$$

Exemples :

Question : Développer les expressions suivantes :

$$\bullet 3(x + 2) \quad \bullet 2(3x - 4)$$

Résolution :

$$\bullet 3(x + 2) = 3 \times x + 3 \times 2 = 3x + 6$$

$$\bullet 2(3x - 4) = 2 \times 3x - 2 \times 4 = 6x - 8$$

2) La double distributivité :

Propriété :

Pour n'importe quels nombres relatifs a, b, c et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

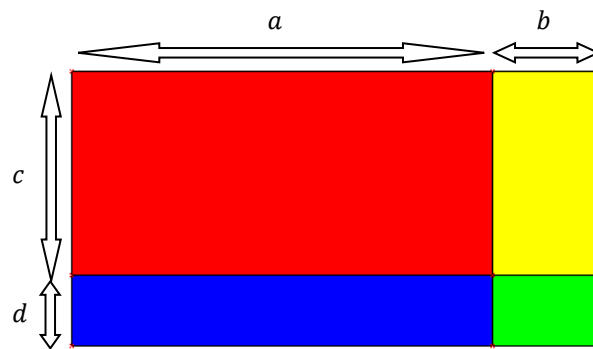
Preuve :

Soient a, b, c et d des nombres relatifs

$$(a + b)(c + d) = (a + b) \times c + (a + b) \times d$$

$$= a \times c + b \times c + a \times d + b \times d$$

Illustration géométrique : Calculer de deux façons différentes l'aire du rectangle ci-dessous



Exemple :

Question : Développer $(2x - 3)(5x + 1)$

$$\begin{aligned}(2x - 3)(5x + 1) &= 2x \times 5x + 2x \times 1 + (-3) \times 5x + (-3) \times 1 \\ &= 10x^2 + 2x - 15x - 3\end{aligned}$$

III. Factoriser et réduire :

1) Factorisation d'une expression :

Factoriser une expression, c'est transformer une somme ou une différence en un produit de facteurs.

Propriété :

Pour n'importe quels nombres a, b et k :

- $ka + kb = k(a + b)$
- $ka - kb = k(a - b)$

Exemple :

Question : factoriser les expressions suivantes :

- $3 + 6x$
- $2x^2 - 8x$

Résolution :

- $3 + 6x = 3 \times 1 + 3 \times 2x = 3 \times (1 + 2x) = 3(1 + 2x)$
- $2x^2 - 8x = 2x \times x - 2x \times 4 = 2x \times (x - 4) = 2x(x - 4)$

2) Application à la réduction d'une expression :

Définition :

Réduire une somme algébrique, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Exemple :

Question : **Réduire** l'expression suivante $10x^2 + 2x - 15x - 3$

$$10x^2 + 2x - 15x - 3 = 10x^2 + x(2 - 15) - 3 = 10x^2 - 13x - 3$$